

1ª FASE XXXI OLIMPIADA MATEMÁTICA REGIÓN DE MURCIA

6º PRIMARIA

PROBLEMA 1

En una enfermedad hay 3 personas contagiadas inicialmente. Cada uno de éstos contagia a otra persona cada semana.

- Calcula el número de personas enfermas al cabo de 1, 2 y 3 semanas.
- Descompón en producto de factores primos los resultados obtenidos en el apartado a).
- ¿Ves alguna relación entre estas descomposiciones y el número de semanas transcurridas?

PROBLEMA 2

Un número primo p es un número de Chen si $p+2$ es primo o producto de dos primos. Por otra parte, un cuadrado mágico de orden n es una tabla de números que consta de n filas y n columnas, tal que al sumar sus filas, columnas y diagonales se obtiene siempre un mismo número llamado constante mágica.

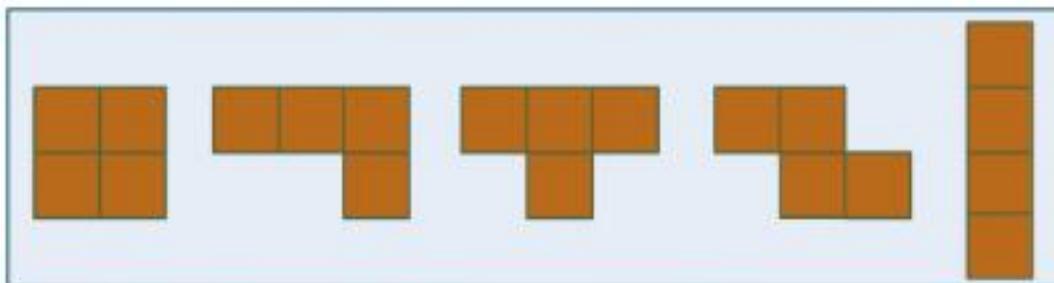
- $p=2$ es un primo de Chen porque $p+2=4$ se puede escribir como producto de dos primos ($4=2\cdot 2$).
 $p=3$ también lo es porque $p+2=5$ es un número primo.
Prueba con los cinco siguientes números primos y di si son primos de Chen o no.
- No todos los números primos son de Chen. Encuentra el primer primo que no es un primo de Chen mayor que 70.
- El siguiente cuadrado mágico de orden 3 está formado por números primos de Chen. Complétalo y di cuál es la constante mágica.

		71
	59	5
		101

PROBLEMA 3

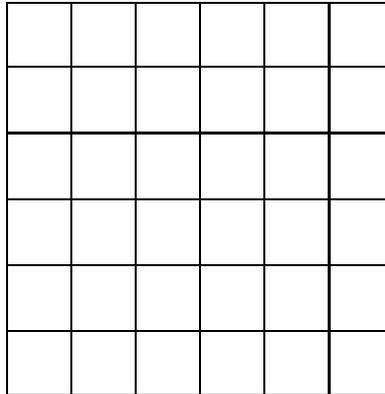
El juego del Tetris se convirtió a finales de los años 80 y en los años 90 en un juego muy popular. Su nombre deriva del prefijo “tetra” (ya que sus piezas están formadas por cuatro cuadrados) y de “tenis”, el deporte favorito de Alekséi Pázhitnov, que fue quien lo diseñó y programó.

En este juego intervienen cinco polígonos distintos llamados tetraminós:



- Escribe debajo de cada uno de estos polígonos su nombre.

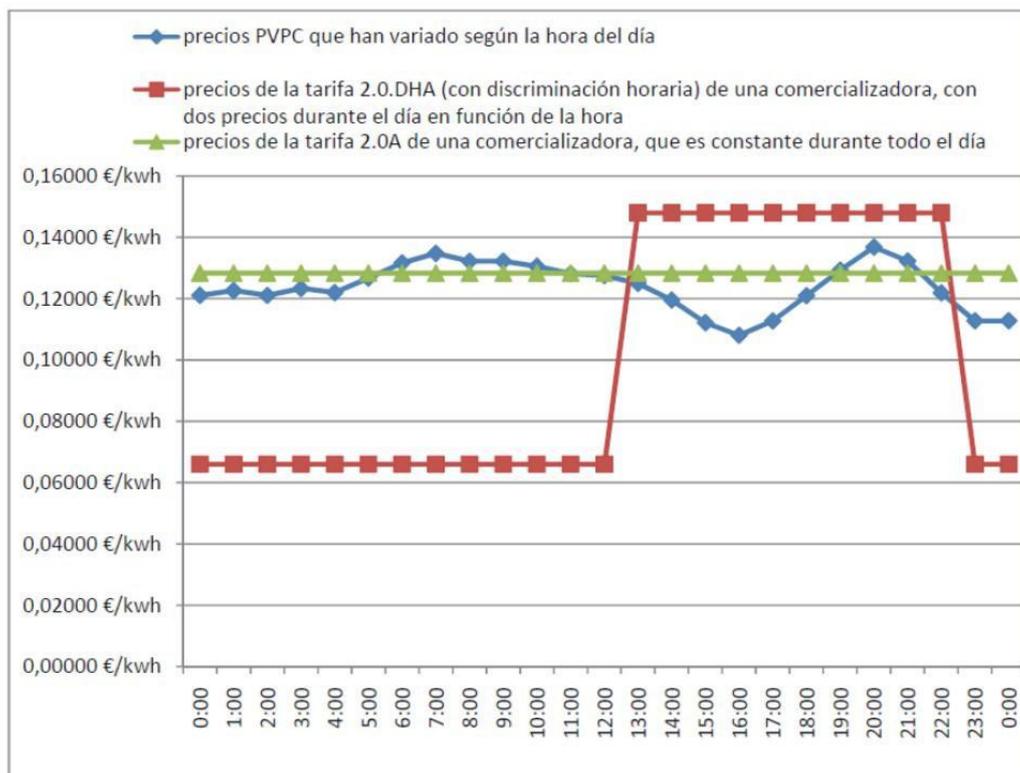
- b) Si el lado de cada cuadradito es de 5 cm, ¿qué superficie tiene cada tetraminó?
- c) ¿Crees que sería posible cubrir totalmente el cuadrado que hay abajo con tetraminós como si fuera un puzle? ¿Por qué? ¿Cuántas piezas serían necesarias? En caso afirmativo, dibuja una solución en la que no uses ninguna pieza más de dos veces.



PROBLEMA 4

El siguiente gráfico muestra los distintos precios de facturación de una comercializadora:

- El precio voluntario del pequeño consumidor (PVPC), que es el nuevo sistema de fijación del precio de la energía eléctrica implantado por la Administración y que varía según la hora del día.
- El precio de la tarifa 2.0.DHA, que varía según la hora entre dos cantidades distintas.
- El precio de la tarifa plana 2.0A.



A la vista de esta gráfica, responde a las siguientes preguntas:

- a) Rodrigo está en casa por las mañanas. A las dos de la tarde se va a trabajar y ya no vuelve hasta medianoche. ¿Cuál de las tres tarifas crees que le interesa contratar? Justifica la respuesta.
- b) ¿A qué horas del día coinciden los precios de las tarifas PVPC y 2.0A?
- c) En la tarifa PVPC ¿A qué hora se alcanza el precio más alto? ¿Y el más bajo?

SOLUCIONES

PROBLEMA 1

- a) Al cabo de 1 semana: 6 personas enfermas.
Al cabo de 2: 12 enfermos.
Al cabo de 3: 24 enfermos.
- b) $6=2 \cdot 3$
 $12=2^2 \cdot 3$
 $24=2^3 \cdot 3$
- c) Que las semanas transcurridas coinciden con el exponente del 2.

PROBLEMA 2

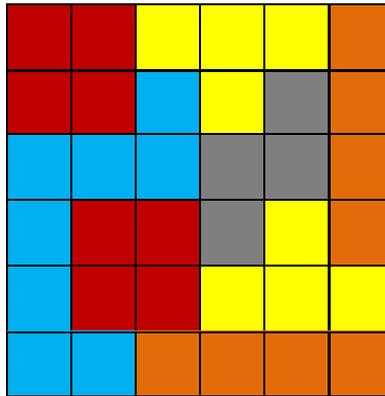
- a) $p=5 \rightarrow p+2=7$ primo de Chen.
 $p=7 \rightarrow p+2=9=3 \cdot 3$ primo de Chen.
 $p=11 \rightarrow p+2=13$ primo de Chen.
 $p=13 \rightarrow p+2=15=3 \cdot 5$ primo de Chen.
 $p=17 \rightarrow p+2=19$ primo de Chen.
- b) $p=73$
- c) Constante mágica=177

17	89	71
113	59	5
47	29	101

PROBLEMA 3

- a) De izquierda a derecha: cuadrado, hexágono, octógono, octógono, rectángulo.
- b) $25 \cdot 4 = 100 \text{ cm}^2 = 1 \text{ dm}^2$
- c) Sí, porque 36 es múltiplo de 4. Serían necesarias $36/4 = 9$ piezas.

Una posible solución sería la siguiente:



PROBLEMA 4

- Le interesa contratar la tarifa 2.0 DHA con discriminación horaria, ya que la mayoría de horas que él está en casa, que es cuando más gasto va a hacer, el precio del kWh es mucho menor que con las otras tarifas (de 0.065 €/kWh aproximadamente).
- A las 5, las 11, las 19 y 21:30 h.
- El más alto a las 20h y el más bajo a las 16h.

1ª FASE XXXI OLIMPIADA MATEMÁTICA REGIÓN DE MURCIA

2º ESO

PROBLEMA 1

En una enfermedad hay 3 personas contagiadas inicialmente. Cada uno de éstos contagia a otra persona cada semana.

- Calcula el número total de personas enfermas al cabo de tres semanas.
- ¿Cuánto tiempo debe pasar para que hayan 384 personas con la enfermedad?
- ¿Serías capaz de encontrar una fórmula que nos dé el número total de enfermos en función de las semanas transcurridas?

PROBLEMA 2

Un número primo p es un número de Chen si $p+2$ es primo o producto de dos primos. Por otra parte, un cuadrado mágico de orden n es una tabla de números que consta de n filas y n columnas, tal que al sumar sus filas, columnas y diagonales se obtiene siempre un mismo número llamado constante mágica.

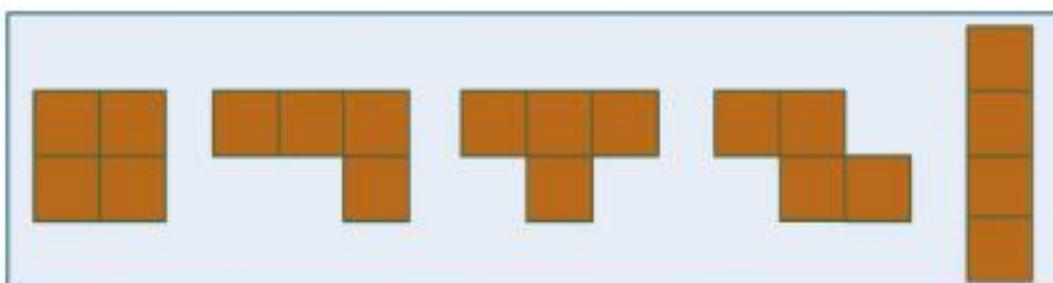
- Calcula los 8 primeros números primos de Chen.
- ¿Existe algún número primo que no sea de Chen?
- Completa el siguiente cuadrado mágico de orden 3 y constante mágica 177 y comprueba que está formado por números primos de Chen:

	89	71
		101

PROBLEMA 3

El juego del Tetris se convirtió a finales de los años 80 y en los años 90 en un juego muy popular. Su nombre deriva del prefijo “tetra” (ya que sus piezas están formadas por cuatro cuadrados) y de “tenis”, el deporte favorito de Alekséi Pázhitnov, que fue quien lo diseñó y programó.

En este juego intervienen cinco polígonos distintos llamados tetraminós:



- ¿Cuál es la figura de menor perímetro?
- Con dos tetraminós diferentes construye una figura de perímetro mínimo.
- Haz lo mismo que en el apartado anterior pero ahora con 3 tetraminós distintos.
- Si suponemos que el lado de cada uno de los cuadraditos que forman los tetraminós mide 1 cm, completa la tabla:

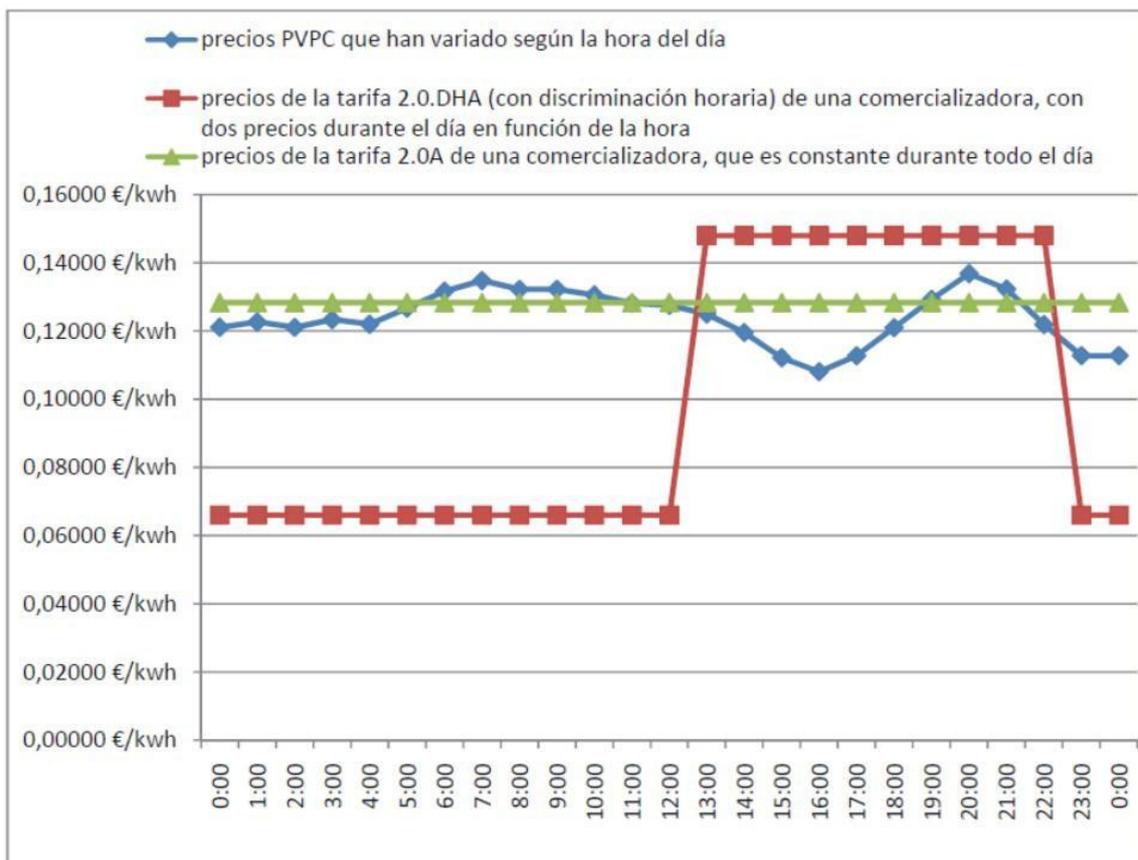
Perímetro mínimo de un tetraminó en cm	Perímetro mínimo de figuras compuestas por 2 tetraminós distintos en cm	Perímetro mínimo de figuras compuestas por 3 tetraminós distintos en cm

- ¿Qué relación existe entre los números que has puesto en la tabla?

PROBLEMA 4

El siguiente gráfico muestra los distintos precios de facturación de una comercializadora:

- El precio voluntario del pequeño consumidor (PVPC), que es el nuevo sistema de fijación del precio de la energía eléctrica implantado por la Administración y que varía según la hora del día.
- El precio de la tarifa 2.0.DHA, que varía según la hora entre dos cantidades distintas.
- El precio de la tarifa plana 2.0A.



A la vista de esta gráfica, responde a las siguientes preguntas:

- El consumo anual de un frigorífico de clase energética A+++ es de 175 kWh. Calcula el gasto aproximado al año de dicho frigorífico tanto en la tarifa 2.ODHA (de discriminación horaria) como en la tarifa 2.OA (plana).
- Dibuja la gráfica de la tarifa “Creciente” que empieza con 0,04 € y va creciendo a razón de 1 céntimo cada dos horas. ¿Cuál es el precio medio de esta nueva tarifa?
- Inventa ahora tú otra tarifa diferente con el mismo precio medio que la anterior y que no sea constante durante todo el día.

SOLUCIONES

PROBLEMA 1

- Al cabo de 3 semanas hay 24 enfermos.
- 7 semanas.
- $y = 3 \cdot 2^x$ donde y es el número de enfermos y x las semanas transcurridas.

PROBLEMA 2

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19
- Sí, por ejemplo 43, 61, 73, 79, ...
-

17	89	71
113	59	5
47	29	101

17 primo $\rightarrow 17+2=19$ primo

89 primo $\rightarrow 89+2=91=7 \cdot 13$

71 primo $\rightarrow 71+2=73$ primo

113 primo $\rightarrow 113+2=115=5 \cdot 23$

59 primo $\rightarrow 59+2=61$ primo

5 primo $\rightarrow 5+2=7$ primo

47 primo $\rightarrow 47+2=49=7 \cdot 7$

29 primo $\rightarrow 29+2=31$ primo

101 primo $\rightarrow 101+2=103$ primo

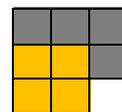
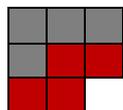
PROBLEMA 3

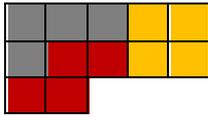
a)



c)

b)





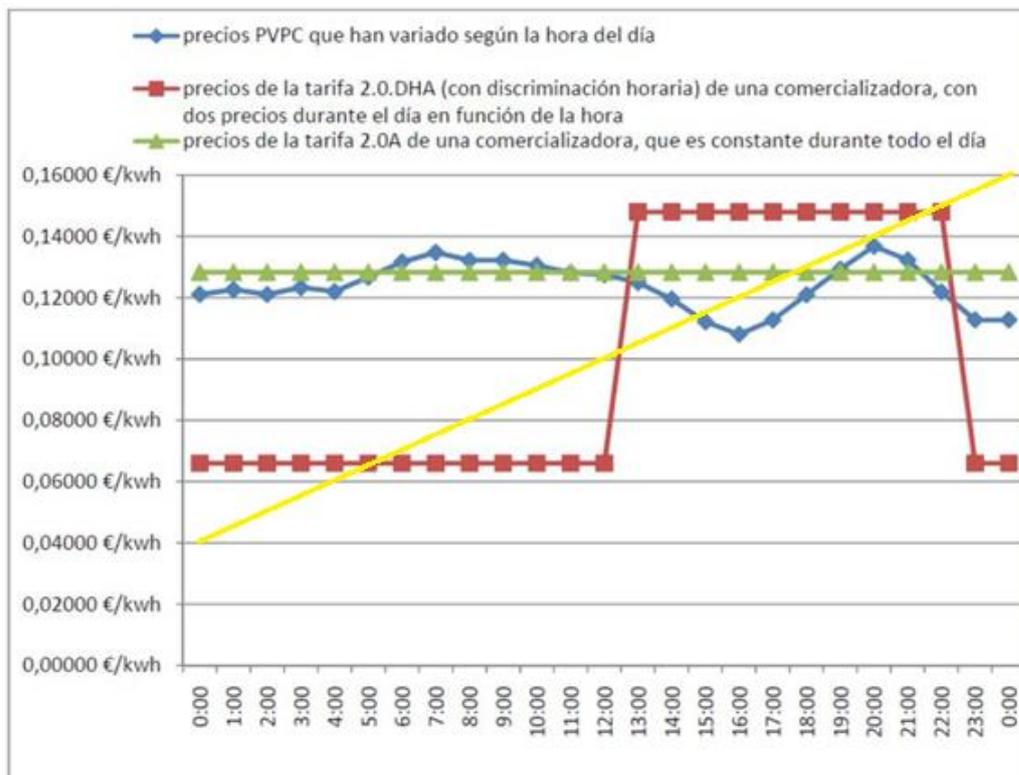
d)

e) Todos son múltiplos de 4

Perímetro mínimo de un tetraminó en cm	Perímetro mínimo de figuras compuestas por 2 tetraminós distintos en cm	Perímetro mínimo de figuras compuestas por 3 tetraminós distintos en cm
8	12	16

PROBLEMA 4

- a) El precio medio en la tarifa de discriminación horaria es de aproximadamente 10 céntimos.
 $0,10 \cdot 175 = 17,5 \text{ € al año}$
 En la tarifa plana:
 $0,13 \cdot 175 = 22,75 \text{ € al año}$
- b) La tarifa “Creciente” la hemos pintado en amarillo. El precio medio es de 0,10 €/kWh



- c) Por ejemplo la tarifa “Decreciente” que empieza con 0,16 €/kWh y decrece a razón de un céntimo cada dos horas.